

Суперсимметричная квантовая механика, теория Морса, градуированные многообразия, алгеброиды и все-все-все.

Руководитель: Ольга Сергеевна Чекерес
olya.chekeres@gmail.com

Современная теоретическая физика немислима без геометрии. Помимо очевидной связи, когда физика использует язык математических структур для описания реальности, есть и другое направление взаимодействия: физические модели вдохновляют появление новых математических областей или открывают неожиданные способы доказательств математических теорем.

Цель данной работы – рассмотреть различные подходы к доказательству неравенств Морса: классический геометрический и с точки зрения физики. Неравенства Морса связывают размерности групп (ко)гомологий (топологические инварианты многообразия) и число критических точек соответствующего индекса функции Морса на заданном многообразии (см., например, [1] - глава 2). В статье Э. Виттена [4] данный результат элегантно доказывается построением аналога комплекса де Рама: изменённый дифференциал зависит от поправок, определённых некоторым Гамильтонианом суперсимметричной квантово-механической системы.

Предлагается сравнить эти два подхода, а также переформулировать последний на современном языке дифференциальных градуированных многообразий. Данная задача также потенциально связана с аналогом результата классификации дифференциальных градуированных многообразий степени 1 в терминах алгеброидов Ли [3].

Список литературы

- [1] А. Т. Фоменко, Дифференциальная геометрия и топология. Дополнительные главы, РХД 1999 (или любое другое издание).
- [2] D. Tong, Lectures on Supersymmetric Quantum Mechanics, <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/susyqm.html>
- [3] A. Yu. Vaintrob, Lie algebroids and homological vector fields, Успехи Мат. Наук, 52:2(314) (1997), 161–162; Russian Math. Surveys, 52:2 (1997), 428–429.
- [4] E. Witten, Supersymmetry and Morse theory, J. Differential Geometry, 17 (1982) 661-692.